

I222 計算の理論 レポート (2)

平成 18 年度 2-1 期 (10 月 4 日 (水) ~ 12 月 1 日 (金))

担当: 上原 隆平 (居室は I67b, メールは uehara@jaist.ac.jp)

出題: 10 月 18 日 (水)

提出: 10 月 25 日 (水) 10:50 講義終了時

注意: レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を, すべて手書きで書くこと.

問題 1: 有理数とは既約な分数で表現できる実数のことである. 授業で学んだように実数は非可算無限である. 一方有理数は可算無限であり, したがって「0 以上 1 未満の有理数」は半帰納的である. したがって定理 3.2 に示した通り, $RANGE(g)$ が「0 以上 1 未満の有理数」に一致するような計算可能関数 g が存在する. 関数 g を計算するプログラム G を書け. (2 点)

問題 2: p, q を互いに素で $1 \leq p < q$ を満たす任意の自然数とする. 問題 1 で作成したプログラム G が $\frac{p}{q}$ を計算することを示せ. (1 点)

問題 3: 自然数の集合を \mathcal{N} とし, \mathcal{N} の部分集合全体からなる集合を $2^{\mathcal{N}}$ とする. このとき $2^{\mathcal{N}}$ は非可算無限であることを対角線論法を使って示せ. (2 点)

注意: 例えば集合 $S = \{1, 2, 3\}$ に対しては $2^S = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ となる.