

実践的アルゴリズムレポート問題

2010年9月15日

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

以下の問題から2問選んで答えよ。

問題 1: アルゴリズム B は1回の実行時間が $t_1(n)$ 時間である。このとき確率 p で正解を出力する。出力が正しいかどうかは別のアルゴリズム C で $t_2(n)$ 時間で確認することができる。正解が得られるまで B, C を繰り返し実行するアルゴリズムの実行時間と正解を出力する確率を求めよ。ここから何が言えるか。モンテカルロアルゴリズムとラスベガスアルゴリズムの違いに注意せよ。

入力: 配列 $a[1], a[2], \dots, a[n]$;

```
1 for  $i = 1, 2, \dots, n$  do
2   | 1 から  $n - i + 1$  までのランダムな整数を一つ生成して, これを  $r$  とする;
3   | 「まだ出力していない  $a$  の要素の中で  $r$  番目のもの」を出力する;
4   | ステップ 3 で出力した要素は今後選ばれないようにする;
5 end
```

Algorithm 1: 配列 $a[1], \dots, a[n]$ から要素をランダムに非復元式に選んで出力するアルゴリズム

問題 2: 上記 Algorithm 1 は, 配列 $a[1], \dots, a[n]$ から要素をランダムに非復元式に選んで出力するアルゴリズムである。つまり実行すると $a[1]$ から $a[n]$ の要素がそれぞれ1回ずつランダムに出力される。このアルゴリズムを実行すると, 任意の $1 \leq i \leq n$ と $1 \leq j \leq n$ において, $a[i]$ が j 番目に出力される確率が $\frac{1}{n}$ であることを示せ (余談: したがって宝くじは, いつ買っても当選確率は変わらない。)

問題 3: Algorithm 1 のステップ 3 とステップ 4 の実装方法を説明せよ。その実装におけるアルゴリズム全体の実行時間を評価せよ (ヒント: 人によって速かったり遅かったりするかもしれないけど, それは OK。)

おまけ

本日の授業で使ったスライド類は, 上原の Web ページで講義後に公開しておきます。具体的には上原の Web ページ (<http://www.jaist.ac.jp/~uehara>) から [授業のページ] をクリックすれば見つかります。