

I482F 実践アルゴリズム特論

2013 年度

担当: 浅野哲夫・上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題: 12 月 14 日 (土)

提出: 12 月 22 日 (日) 試験開始前 9:20a.m.

注意: レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を, すべて手書きで書くこと. レポート用紙は A4 にすること. PDF ファイルをメールで送ってもよい.

以下の問題から 2 問選んで答えよ (各 5 点, 合計 10 点満点).

問題 1: 授業で紹介したように, $3SAT$ は代表的な NP 完全問題である. ここで, $3SAT$ の変数の出現回数を高々 3 回に制限しても NP 完全であることを示せ (ヒント: 一般の $3SAT$ のインスタンスから, それぞれの変数が高々 3 回しか出現しないような $3SAT$ のインスタンスを多項式時間で構成できればよい.)

問題 2: 授業で紹介したように, $3SAT$ は代表的な NP 完全問題である. 一方, $2SAT$ は多項式時間で解ける. $2SAT$ を解く多項式時間アルゴリズムを与えよ.

問題 3: アルゴリズム B は 1 回の実行時間が $t_1(n)$ 時間である. このとき確率 p で正解を出力する. 出力が正しいかどうかは別のアルゴリズム C で $t_2(n)$ 時間で確認することができる. 正解が得られるまで B, C を繰り返し実行するアルゴリズムの実行時間と正解を出力する確率を求めよ. ここから何が言えるか.

試験問題予告情報

例えば以下のような感じの問題を出すので, よく勉強しておいてください. 試験本番は, 参考資料などの持込は禁止とします. 記憶力を試す問題は出したくないので, 本番では例えば $3SAT$ など, 必要な定義はこちらである程度書きます.

問題例 1: $3SAT$ は代表的な NP 完全問題である. この問題は指数時間かければ解けることを示せ. つまり $3SAT$ を解く指数時間アルゴリズムを構築せよ.

問題例 2: NP 困難問題 A がクラス P に入らないことを示せば, $P \neq NP$ 予想が解けるかどうか議論せよ. 困難問題と完全問題の違いに注意すること.

問題例 3: サイズ n の配列 $a[n]$ から, ちょうど k 個の要素をランダムに選びたい. それぞれの要素 $a[i]$ が選ばれる確率が k/n になるようなアルゴリズムを提案し, 確かにその性質が満たされることを示せ.