I431 アルゴリズム論 Report (2)

2016 年度 2-1(10 月–11 月) 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 11 月 04 日 (金)

提出 (Deadline): 11 月 16 日 (水) 10:40

注意 (Note): レポートには氏名，学生番号，問題，解答を，すべて書くこと．紙は A4 で左上をホチキス止めすること．片面使用でも両面使用でもよい．紙ではなく，PDF ファイルを email で送ってもよい．(Do not forget to write your name, student ID, problems, and answers on your report. The size of paper is A4, and staple them at the top left. You can use one side or both sides of paper. You can send your report in PDF format by email.)

以下の問題から合計 15 点以上になるように選んで解け．(Choose and solve some problems from below which make 15 points or more in total.)

Problem 1 (5pts): 2 変数の線形計画問題の解法において x だけあるいは y だけの制約式があったとき，これらの制約式はどのように扱えばよいか．(In a 2-dimensional linear program, if you have constraints for only x or for only y, how can you deal with this condition?)

Problem 2 (5pts): ここに偏ったコインがある．表が出る確率 p は $0 < p < 1$ であることはわかっているが，正確な値はわからない．このコインを何度か投げることによって，公平な確率 1/2 を模倣するアルゴリズムを考えよ．そのアルゴリズムのコインを投げる回数の期待値を求めよ．(ヒント：フォン・ノイマン）(You have a biased coin. We know that we have “head” of the coin with probability p with $0 < p < 1$, but we do not know the accurate value of p. By flipping this coin several times, design an algorithm that simulates a fair coin with probability 1/2. Show the expected value of the number of coin tossing of your algorithm. (Hint: Von Neumann))

Problem 3 (10pts): 2 次元平面上の 2 つの点集合 $R = \{(1,2),(2,1),(3,1)\}$ と $B = \{(2,2),(3,3)\}$ が与えられた時，線形分離可能問題を線形計画問題を解くことで解け．特に 2 つの線形計画問題

$$
\begin{array}{rcl}
b & \geq & -a+2 \\
b & \geq & -2a+1 \\
b & \geq & -3a+1 \\
b & \leq & -2a+2 \\
b & \leq & -3a+3
\end{array}
\quad \text{と} \quad
\begin{array}{rcl}
b & \leq & -a+2 \\
b & \leq & -2a+1 \\
b & \leq & -3a+1 \\
b & \geq & -2a+2 \\
b & \geq & -3a+3
\end{array}
$$

の実行可能領域を図示することで実行可能解を持つかどうかをきちんと判定すること．(Assume that two sets $R = \{(1,2),(2,1),(3,1)\}$ and $B = \{(2,2),(3,3)\}$ of points are given. Then solve the linear separability problem for these sets by linear programming technique. Especially, draw feasible solutions for two linear programs above, and decide they have a solution or not.)

Problem 4 (10pts): 深さ優先探索 (DFS) と幅優先探索 (BFS) について調べて，特徴と違いを述べよ．(Research about DFS(Depth First Search) and BFS(Breadth First Search), and describe their properties and difference.)

Problem 5 (15pts): n 点からなる凸多角形 $P = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ が与えられたとする．この頂点同士を適当に直線で結ぶ．このとき直線同士が交差してはいけない．それ以上直線が引けなくなったとき，

これを P の 3 角形分割という．(You are given a convex polygon $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ of n points. Repeat joining two points on it by line segments. The line segments cannot intersect. When you cannot join any more, you obtain a *triangulation* of P.)

(1)P のどんな 3 角形分割でも，3 角形の個数は一定であることを証明せよ．(For any triangulation of P, the number of triangles is constant. Prove it.)

(2)P の 3 角形分割は何通りあるか．(How many distinct triangulations are there for P?)