

I469 実践的幾何アルゴリズム (Advanced Algorithms for Computational Geometry) Report (1)

2017 年度 2-1(10 月–11 月) 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 10 月 31 日 (火)

提出 (Deadline): 11 月 07 日 (火) 10:40

注意 (Note): レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を, すべて書くこと. 紙は A4 で左上をホチキス止めること. 片面使用でも両面使用でもよい. 電子メールで PDF ファイルでレポートを出してもよい (Word は不可). その場合は件名を「I469 Report 1 (学生番号)」とすること. (Do not forget to write your name, student ID, problems, and answers on your report. The size of paper is A4, and staple them at the top left. You can use one side or both sides of paper. You can submit your report by email in PDF format. (.doc or .docx is not allowed). In that case, the subject should be “I469 Report 1 (Student ID)”.)

以下の問題から 2 問以上選んで解け (各 10 点). (Choose and solve two or more problems from below (10 points each).)

Problem 1: アルゴリズム P3-A6 では最大区間和の値を求めた. このとき, 区間和の値だけではなく, 区間そのもの (始点と終点) を求めるにはどうすればよいか. (In algorithm P3-A6, it computes the maximum value of an interval. In this algorithm, how can you compute not only the maximum value of an interval, but also the start and end indices of the interval?)

Problem 2: (1) コインが 50 円, 10 円, 5 円, 1 円とあったとき, 貪欲法で支払うと, 支払うコインの枚数が最小になることを証明せよ. (2) さらに 27 円コインがあったときにも貪欲法でコインの枚数が最小になるかどうか考察し, 最小になるなら証明し, ならないなら反例を示せ. ((1) Assume that we have coins of 50yen, 10yen, 5yen, and 1yen, and use greedy algorithm to pay. Then prove that the number of coins is minimized by the algorithm. (2) Suppose that you have, not only them, but also 27yen coins. Then consider if the greedy algorithm still works. If it does, prove it. If not, show any counterexample.)

Problem 3: Kruskal のアルゴリズムで最小全域木を求めるときと, Prim のアルゴリズムで最小全域木を見つけるときとで, 解が異なることがあるか. ないならそれを証明し, あるならその具体例を示せ. ただしそれぞれのアルゴリズムの正当性はすでに証明済みとしてよい. (For finding the minimum spanning tree, is it possible that two solutions by Kruskal’s algorithm and Prim’s algorithm are different? If the answer is “no”, prove it. If the answer is “yes”, show an example. You can assume that the correctness of these algorithms has been already proved.)

Problem 4: 配列 $a[0], \dots, a[n-1]$ が与えられたとき, 次の条件を満たす添字の列 $(i_0, i_1, \dots, i_{k-1})$ を「長さ k の単調非減少列」と呼ぶ. (For a given array $a[0], \dots, a[n-1]$, the sequence $(i_0, i_1, \dots, i_{k-1})$ of indices is called a *monotone nondecreasing sequence*.)

- $i_0 < i_1 < \dots < i_{k-1}$
- $a[i_0] \leq a[i_1] \leq \dots \leq a[i_{k-1}]$

与えられた配列 $a[]$ の中で, 最長の単調非減少列を見つけるアルゴリズムを設計し, その実行時間を解析せよ. (For any given array $a[]$, design an algorithm that finds the maximum monotone nondecreasing sequence, and analyse its time complexity.)

Problem 5: i 番目のフィボナッチ数 F_i は , 次のように定義される . (The i th Fibonacci number F_i is defined as follows:)

- $F_0 = F_1 = 1$
- $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$ for $i > 1$

一般の F_n を計算する効率のよいアルゴリズムを設計し , その実行時間を示せ . (Design an efficient algorithm for computing F_n and show its running time.)

Problem 6: 2 次元平面上の 2 つの点集合 $R = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$ と $B = \{(2, 2), (3, 3)\}$ が与えられた時 , 線形分離可能問題を線形計画問題を解くことで解け . 特に 2 つの線形計画問題

$$\begin{array}{ll} b \geq -a + 2 & b \leq -a + 2 \\ b \geq -2a + 1 & b \leq -2a + 1 \\ b \geq -3a + 1 & b \leq -3a + 1 \\ b \leq -2a + 2 & b \geq -2a + 2 \\ b \leq -3a + 3 & b \geq -3a + 3 \end{array} \quad \text{と}$$

の実行可能領域を図示することで実行可能解を持つかどうかをきちんと判定すること . (For given two point sets $R = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$ and $B = \{(2, 2), (3, 3)\}$, solve the linear separability problem by solving linear programs. That is, you have to solve the problem by showing feasible solutions of two linear programs

$$\begin{array}{ll} b \geq -a + 2 & b \leq -a + 2 \\ b \geq -2a + 1 & b \leq -2a + 1 \\ b \geq -3a + 1 & b \leq -3a + 1 \\ b \leq -2a + 2 & b \geq -2a + 2 \\ b \leq -3a + 3 & b \geq -3a + 3. \end{array} \quad \text{and}$$