I482F 実践的幾何アルゴリズム (Advanced Algorithms for Computational Geometry) Report (1)

2017 年度 III(11-12 月) 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 11 月 12 日 (日)

提出 (Deadline): 11 月 25 日 (土) 9:20

注意 (Note): レポートには氏名，学生番号，問題，解答を，すべて書くこと．紙は A4 で左上をホチキス止めすること．片面使用でも両面使用でもよい．電子メールで PDF ファイルでレポートを出してもよい (Word は不可)．その場合は件名を「I469 Report 1 (学生番号)」とし，添付ファイル名は「学生番号.pdf」とすること．(Do not forget to write your name, student ID, problems, and answers on your report. The size of paper is A4, and staple them at the top left. You can use one side or both sides of paper. You can submit your report by email in PDF format. (.doc or .docx is not allowed). In that case, the subject should be “I469 Report 1 (Student ID)” and attached file name should be “student ID.pdf”.)

以下の問題から 3 問以上選んで解け（各 10 点，25 点満点）．(Choose and solve three or more problems from below (10 points each, 25 points in total).)

Problem 1: アルゴリズム P3-A6 では最大区間和の値を求めた．このとき，区間和の値だけではなく，区間そのもの（始点と終点）を求めるにはどうすればよいか．(In algorithm P3-A6, it computes the maximum value of an interval. In this algorithm, how can you compute not only the maximum value of an interval, but also the start and end indices of the interval?)

Problem 2: (1) コインが 50 円，10 円，5 円，1 円とあったとき，貪欲法で支払うと，支払うコインの枚数が最小になることを証明せよ．(2) さらに 27 円コインがあったときにも貪欲法でコインの枚数が最小になるかどうか考察し，最小になるなら証明し，ならないなら反例を示せ．((1) Assume that we have coins of 50yen, 10yen, 5yen, and 1yen, and use greedy algorithm to pay. Then prove that the number of coins is minimized by the algorithm. (2) Suppose that you have, not only them, but also 27yen coins. Then consider if the greedy algorithm still works. If it does, prove it. If not, show any counterexample.)

Problem 3: Prim のアルゴリズムで最小全域木が求められることを証明せよ．(Prove that the Prim’s algorithm computes a minimum spanning tree.)

Problem 4: 3 点 $p_1 = (x_1, y_1), p_2 = (x_2, y_2), p_3 = (x_3, y_3)$ が与えられたとき，この 3 角形 $p_1p_2p_3$ の符号付き面積 S は

$$S = \frac{1}{2}((x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)) \tag{1}$$

で与えられる．これを証明せよ（部分解でもよい）．(For any three points $p_1 = (x_1, y_1), p_2 = (x_2, y_2)$, and $p_3 = (x_3, y_3)$, the signed area S of the triangle $p_1p_2p_3$ is given by the equation (1). Prove it (possibly partially).)

Problem 5: 2 変数の線形計画問題の解法において x だけあるいは y だけの制約式があったとき，これらの制約式はどのように扱えばよいか．

Problem 6: 2 次元平面上の 2 つの点集合 $R = \{(1,2),(2,1),(3,1)\}$ と $B = \{(2,2),(3,3)\}$ が与えられた時，線形分離可能問題を線形計画問題を解くことで解け．特に 2 つの線形計画問題

$$\begin{array}{rcl} b & \geq & -a+2 \\ b & \geq & -2a+1 \\ b & \geq & -3a+1 \\ b & \leq & -2a+2 \\ b & \leq & -3a+3 \end{array} \quad \text{と} \quad \begin{array}{rcl} b & \leq & -a+2 \\ b & \leq & -2a+1 \\ b & \leq & -3a+1 \\ b & \geq & -2a+2 \\ b & \geq & -3a+3 \end{array}$$

の実行可能領域を図示することで実行可能解を持つかどうかをきちんと判定すること．(For given two point sets $R = \{(1,2),(2,1),(3,1)\}$ and $B = \{(2,2),(3,3)\}$, solve the linear separability problem by solving linear programs. That is, you have two solve the problem by showing feasible solutions of two linear programs

$$\begin{array}{rcl} b & \geq & -a+2 \\ b & \geq & -2a+1 \\ b & \geq & -3a+1 \\ b & \leq & -2a+2 \\ b & \leq & -3a+3 \end{array} \quad \text{and} \quad \begin{array}{rcl} b & \leq & -a+2 \\ b & \leq & -2a+1 \\ b & \leq & -3a+1 \\ b & \geq & -2a+2 \\ b & \geq & -3a+3. \end{array}$$